OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 22 februarie 2015

Clasa a VIII- a

SUBIECTUL I (7p)

a). (3p) Să se arate că $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$, pentru orice *a* şi *b* numere reale nenegative.

b). (4p) Să se rezolve ecuaţia în numere reale

$$x + y + z - 21 = 2\sqrt{x-4} + 4\sqrt{y-9} + 6\sqrt{z-22}$$

SUBIECTUL II (7p)

a) (3p) Să se afle partea întreagă a numarului *a*, unde

$$a = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \ldots + \sqrt{4031 - 2\sqrt{2015 \cdot 2016}}$$

b). (4p) Dacă $9x^2 + 11xy + 2y^2 = 0$, cu x si y reale nenule, atunci $\frac{5x+2y}{4x+y} \in \mathbb{N}$.

SUBIECTUL III (7p)

Punctele A, B, C şi D sunt necoplanare, iar M este mijlocul segmentului [BC], T este mijlocul segmentului [AC], iar N∈[AC] încât AN = 2·NC, P∈[AB] încât AP = 3·PB, E ∈[AC] astfel încât CE=$\frac{AC}{6}$ şi R este simetricul lui M faţă de punctual N. Demonstraţi că punctele D, P, T şi R sunt coplanare.

SUBIECTUL IV (7p)

Fie tetraedrul ABCD şi un punct M situat în interiorul triunghiului BCD. Paralelele duse prin M la muchiile AB, AC si AD intersecteaza feţele (ACD), (ABD) şi respectiv (ABC) în punctele A', B', si respectiv C'. Dacă (DBC)||(A'B'C'), atunci demonstraţi că M este centrul de greutate al triunghiului BCD.

(G.M. nr. 12/2014)

NOTA:

Timp de lucru **3 ore**